

Questão 1 [2,0 pt]

Sejam PT e PU segmentos tangentes a duas circunferências concêntricas, com T pertencente à menor e U à maior. Se o segmento PT corta a circunferência maior no ponto Q , mostre que

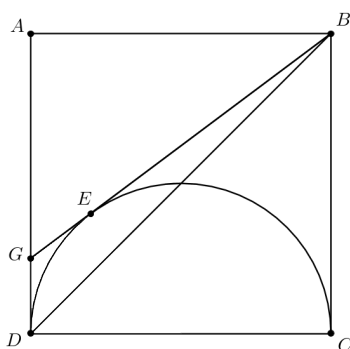
$$\overline{PT}^2 - \overline{PU}^2 = \overline{QT}^2.$$

Questão 2 [2,0 pt]

Considere um polígono \mathcal{P} circunscrito a um círculo \mathcal{C} . Se uma reta r passa pelo centro de \mathcal{C} e divide \mathcal{P} em dois polígonos, \mathcal{P}_1 e \mathcal{P}_2 , prove que \mathcal{P}_1 e \mathcal{P}_2 têm mesma área se, e somente se, têm o mesmo perímetro.

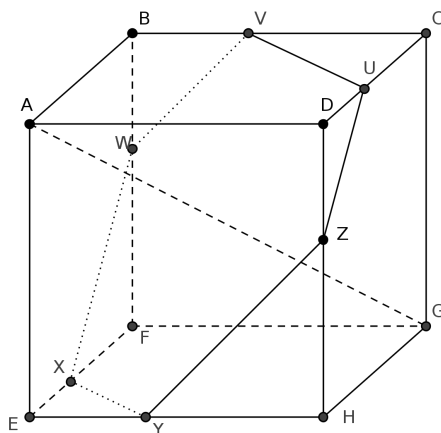
Questão 3 [2,0 pt]

Sejam $ABCD$ um quadrado de lado L , a semicircunferência de diâmetro CD , o segmento BG tangente à semicircunferência em E , conforme a figura abaixo. Calcule, em função de L , a medida do segmento DG .



Questão 4 [2,0 pt]

Um plano é perpendicular à diagonal AG do cubo $ABCDEFGH$ da figura, de forma que sua intersecção com as faces do cubo seja o hexágono $UVWXYZ$.



- (a) Mostre que cada lado do hexágono $UVWXYZ$ é paralelo a uma das diagonais da face do cubo em que está contido.
- (b) Determine o perímetro do hexágono $UVWXYZ$, sendo 1 a medida da aresta do cubo.

Questão 5 [2,0 pt]

Considere o cubo $ABCDEFGH$ de aresta a . Um cone C_1 tem base inscrita na face $ABCD$ e vértice na intersecção das diagonais da face $EFGH$. Outro cone C_2 tem base inscrita na face $EFGH$ e vértice na intersecção das diagonais da face $ABCD$. Calcule o volume da parte comum a esses dois cones.

