



SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM REDE NACIONAL
PROFMAT

2ª Avaliação Nacional de Aritmética - MA14 - 07/12/2013

Aluno(a): _____

- (a) Ache a maior potência de 104 que divide $1000!$;

(b) Prove que não existe nenhum número natural n tal que 3^7 seja a maior potência de 3 que divida $n!$.
- (a) Demonstre que, para todo $n \in \mathbb{N}$, $101^{6n} - 1$ é divisível por 70;

(b) Determine o resto da divisão por 7 do número $1^7 + 2^7 + 3^7 + \dots + 100^7$.
- Mostre que um número da forma $n = 2^r 3^s$ é perfeito se, e somente se, $r = s = 1$.
- Sejam p e q números primos distintos. Mostre que $pq | p^{q-1} + q^{p-1} - 1$.
- Encontre três números inteiros consecutivos tais que o primeiro é divisível pelo quadrado de um número primo, o segundo é divisível pelo cubo de um número primo e o terceiro é divisível pela quarta potência de um número primo.