

**Questão 1.**

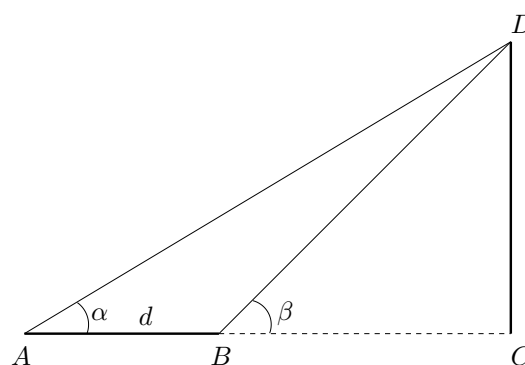
- (1,0) (a) Prove isto: Se um número natural não é o quadrado de um outro número natural, sua raiz quadrada é irracional.
- (1,0) (b) Mostre que $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ é irracional.

Questão 2.

- (2,0) No instante em que uma pedra caiu (sem sofrer impulso inicial) ao momento em que se ouviu o som de seu choque com a água no fundo do poço decorreram S segundos. Calcular a profundidade do poço. Dar a resposta em função da aceleração g da gravidade e da velocidade v do som. Usar a fórmula $s = \frac{g}{2}t^2$ do espaço percorrido no tempo t por um corpo em queda livre que partiu do repouso.

Questão 3.

- (2,0) Percorrendo, ao longo de uma reta horizontal, a distância $d = AB$ em direção à base inacessível de um poste CD , nota-se (com o auxílio de um teodolito) que os ângulos $C\hat{A}D$ e $C\hat{B}D$ medem, respectivamente, α e β radianos. Qual é a altura do poste CD ?



**Questão 4.**

- (2,0) Um reservatório contém uma mistura de água com sal (uma salmoura), que se mantém homogênea graças a um misturador. Num certo momento, são abertas duas torneiras, com igual capacidade. Uma despeja água no reservatório e a outra escoá. Após 8 horas de funcionamento, verifica-se que a quantidade de sal na salmoura reduziu-se a 80% do que era antes que as torneiras fossem abertas. Que percentagem do sal inicial permanecerá na salmoura após 24h de abertura das torneiras?

Questão 5.

Considere a função $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^3 - x^2$.

- (1,0) (a) Defina função crescente e prove que f é crescente.
- (1,0) (b) Defina função ilimitada e prove que f é ilimitada.