

Questão 1.

A sequência 0, 3, 7, 10, 14, 17, 21, ... é formada a partir do número 0 somando-se alternadamente 3 ou 4 ao termo anterior, isto é: o primeiro termo é 0, o segundo é 3 a mais que o primeiro, o terceiro é 4 a mais que o segundo, o quarto é 3 a mais que o terceiro, o quinto é 4 a mais que o quarto e assim sucessivamente.

- (0,5) (a) Qual é o centésimo termo dessa sequência?
- (0,5) (b) Qual é a soma dos 100 primeiros termos dessa sequência?
- (1,0) (c) Algum termo desta sequência é igual a 2000? Por quê?

Questão 2.

Seja R_n o número máximo de regiões determinadas no plano por n círculos.

- (0,5) (a) Quais são os valores de R_1 e R_2 ?
- (0,5) (b) Explique por que $R_{n+1} = R_n + 2n$, para todo $n \geq 1$.
- (1,0) (c) Mostre por indução que $R_n = n^2 - n + 2$.

Questão 3.

Suponha que o dinheiro valha 10% ao mês para um comerciante que vende determinado produto por R\$ 4200,00 à vista.

- (1,0) (a) Se o comerciante deseja oferecer o produto para compra em duas prestações iguais, a primeira no ato da compra, qual deve ser o valor dessas prestações?
- (1,0) (b) Suponha que ele deseja oferecer o produto em 10 prestações iguais, a primeira no ato da compra. Escreva uma expressão que permita calcular o valor da prestação.

Questão 4.

Uma senha de banco é formada por 4 dígitos de 0 a 9.

- (1,0) (a) Quantas são as senhas em que aparecem exatamente três dígitos diferentes?
- (1,0) (b) Quantas são as senhas em que não há dígitos consecutivos iguais?

Questão 5.

João, ao partir para uma viagem, ficou de enviar um cartão postal para sua mãe. A probabilidade de que ele envie o cartão é igual a 0,7. Por outro lado, a probabilidade de um cartão postal se extraviar é 0,1.

- (1,0) (a) Qual é a probabilidade de que a mãe de João receba um cartão postal dele?
- (1,0) (b) Se ela não receber um cartão de João, qual é a probabilidade de que ele o tenha enviado?