Questão 1.

Uma moeda, com probabilidade $\frac{1}{3}$ de dar cara, é lançada 40 vezes.

(a) Explique por que a probabilidade p_k de se obter k caras nos 40 lançamentos é dada por

$$p_k = C_{40,k}\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{40-k},$$

para $k = 0, 1, 2, \ldots, 40$.

(b) Calcule para que valores de k tem-se $p_{k+1} > p_k$.

(c) Utilize (b) para obter o valor de k para o qual a probabilidade de se obter k caras é máxima.

Questão 2.

A soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética é dada por $S_n = 2n^2 - 15n$.

(a) Determine o décimo termo da progressão.

(b) Encontre o primeiro termo positivo da progressão.

Questão 3.

Um comerciante, para quem o dinheiro vale 3% ao mês, oferece determinado produto por 3 prestações mensais iguais a R$ 100,00, a primeira paga um mês após a compra.

(a) Que valor o comerciante deve cobrar por este produto, no caso de pagamento à vista?

(b) Se um consumidor desejar pagar o produto em três prestações mensais iguais, sendo a primeira paga no ato da compra, qual deve ser o valor das parcelas?

Utilize, se desejar, os seguintes valores para as potências de 1,03: $1,03^2 = 1,0609$, $1,03^3 = 1,0927$, $1,03^{-1} = 0,9709$, $1,03^{-2} = 0,9426$, $1,03^{-3} = 0,9151$.

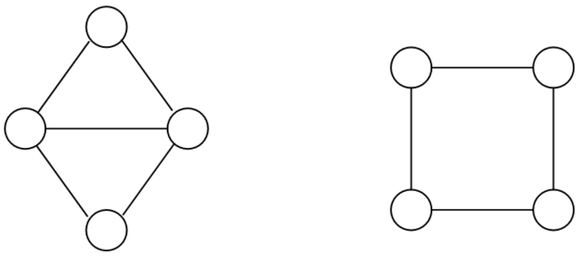
Questão 4.

(a) Mostre, por indução finita, que
$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}\geq\frac{7}{12}$$
para todo número natural $n \geq 2$.

(b) Use este fato para explicar por que a soma $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots$ cresce sem limite.

Questão 5.

Cada bolinha nas figuras abaixo deve ser colorida com uma das cores azul, branca, vermelha ou preta, de modo que as bolinhas ligadas por um segmento tenham cores diferentes.



(a) De quantos modos se pode colorir a figura da esquerda?

(b) De quantos modos se pode colorir a figura da direita?