

2013/1 semestre

NOME: _____

Questão 1 (valor: 2 pontos)a)(1,0) Mostre que se $7|a^2 + b^2$, sendo a e b são números inteiros, então $7|a$ e $7|b$.b)(1,0) Resolva a equação diofantina $x^2 + y^2 = 637$, $x, y \in \mathbb{N}$.*Sugestão: para a), escreva os números a e b na forma $7m + i$, com $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.***Questão 2** (valor: 2 pontos) Uma pessoa comprou cavalos e bois. Foram pagos 31 *escudos* por cavalo e 20 por boi e sabe-se que todos os bois custaram 7 *escudos* a mais do que todos os cavalos. Determine quantos cavalos e quantos bois foram comprados, sabendo que o número de bois está entre 40 e 95.**Questão 3** (valor: 1 ponto) Determine todos os números primos $p \in \mathbb{N}$ tais que $p|3^p + 7$.**Questão 4** (valor: 2 pontos) Um terno de números primos (p_1, p_2, p_3) é chamado de terno de *primos trigêmeos*, se $p_3 - p_2 = p_2 - p_1 = 2$.a) (0,5) Mostre que $(3, 5, 7)$ é o único terno de primos trigêmeos.b) (1,5) Determine todos os números primos $p \in \mathbb{N}$ que se escrevem ao mesmo tempo como soma de dois primos e como diferença de dois primos.**Questão 5** (valor: 1 ponto) Ache as raízes de $X^{10} - [1] = 0$ em \mathbb{Z}_{11} .**Questão 6** (valor: 2 pontos) Ache a menor quantia em Reais (R\$) que quando distribuída entre 5 pessoas sobra 1 Real, quando distribuída entre 7 pessoas sobram 3 Reais e quando distribuída entre 9 pessoas sobram 5 Reais.