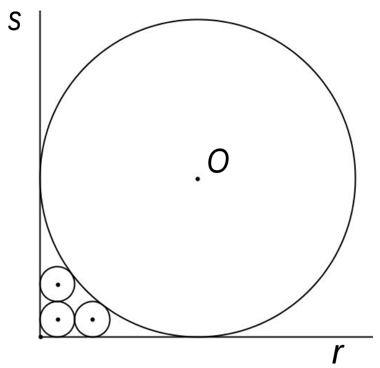
NOME: ____

Questão 1. *(pontuação: 2)*

A figura abaixo mostra as semirretas perpendiculares r e s, três circunferências pequenas cada uma com raio igual a 1 e uma circunferência grande de centro O. Uma das circunferências pequenas é tangente a r e a s, cada uma das outras duas é tangente a ela e a uma das semirretas, e a circunferência grande é tangente às semirretas e a duas das circunferências pequenas.



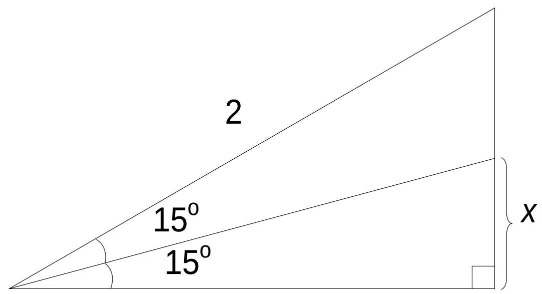
Calcule o raio da circunferência grande.

Questão 2. *(pontuação: 2)*

No triângulo ABC a bissetriz do ângulo BAC encontra o lado BC em D.

a) Prove que $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$ (teorema da bissetriz interna).

b) Use o teorema acima e a figura abaixo para calcular a tangente de 15°.



Questão 3. *(pontuação: 3)*

O losango $ABCD$ tem lado 3 e ângulo $\hat{A} = 60^o$. Os pontos M, N, P e Q pertencem aos lados AB, BC, CD e DA, respectivamente e são tais que $AM = BN = CP = DQ = 1$.

a) Justifique, de forma breve, porque o quadrilátero $MNPQ$ é um paralelogramo.

b) Calcule a área do quadrilátero $MNPQ$.

c) Calcule a distância entre os pontos M e P.

Questão 4. *(pontuação: 1)*

O icosaedro regular é o poliedro formado por 20 faces triangulares equiláteras. Determine quantas diagonais do icosaedro **não** passam pelo seu centro.

Questão 5. *(pontuação: 2)*

Considere o paralelepípedo retângulo de bases $ABCD$ e $EFGH$ e com arestas laterais AE, BF, CG e DH. As medidas são $AB = 6$, $AD = AE = 4$ e M é o ponto médio da aresta EF. São feitas as seções pelos planos MHA e MBG. Retirando-se os tetraedros $EMHA$ e $FMBG$ resulta o poliedro **P**.

a) Faça um desenho do poliedro **P** e calcule seu volume.

b) Determine o cosseno do ângulo entre as retas AH e MG.