

**Questão 01** [ 2,00 pts ]

---

O número inteiro  $\binom{1000}{500}$  é divisível por 7? Justifique sua resposta.

**Questão 02** [ 2,00 pts ]

---

Um número natural é chamado de *número perfeito* se ele é igual à soma de seus divisores naturais distintos dele mesmo. Prove que se  $2^p - 1$  é um número primo, então  $2^{p-1}(2^p - 1)$  é um número perfeito.

**Questão 03** [ 2,00 pts ]

---

Determine a maior potência de 2 que divide  $3^{2008} - 1$ .

**Questão 04** [ 2,00 pts :: (a)=1,00 pt; (b)=1,00 pt ]

---

- (a) Sejam  $a, b \in \mathbb{Z}$  e  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ . Prove, usando indução matemática, que  $a + b$  divide  $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ .
- (b) Seja  $n$  um número natural maior do que 1. Mostre que, se  $2^n + 1$  é primo, então  $n = 2^m$  para algum número natural  $m$ .

**Questão 05** [ 2,00 pts ]

---

Sejam  $x, y, m, n$  inteiros, com  $m, n > 0$ , e  $p$  um número primo. Mostre que, se  $x \equiv y \pmod{p}$  e  $m \equiv n \pmod{p-1}$ , então  $x^m \equiv y^n \pmod{p}$ .